SOLUCIÓN A.1)

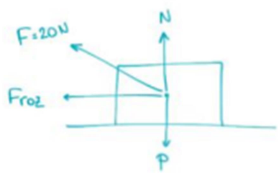
a)

i) Verdadero: En un sistema donde actúan fuerzas no conservativas, el trabajo realizado por estas fuerzas es igual a la variación de la energía mecánica del sistema. Esto se debe a que las fuerzas no conservativas (como el rozamiento) transforman la energía mecánica en otras formas de energía, como la energía térmica, que salen del sistema.

ii) Verdadero. Las fuerzas no conservativas (como el rozamiento) siempre causan una variación en la energía mecánica del sistema porque transforman parte de la energía mecánica en otras formas de energía, como la energía térmica, que salen del sistema.

b)

i)



ii) Ep no varía porque el cuerpo permanece a la misma altura

$\boxed{\Delta E_p = 0\ J}$

$E_{c(i)} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 150 \cdot 3^2 = 675\ J$ $\quad E_{c(f)} = 0\ J$ (porque está en reposo)

$\Delta E_c = 0 - 675 = \boxed{-675\ J}$

$\Delta E_m = (E_{c(f)} + \cancel{E_{p(i)}}) - (E_{c(i)} + \cancel{E_{p(i)}}) = \boxed{-675\ J}$

iii) $W_{Fuerza} = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha$

Las fuerzas normal y peso son perpendiculares a la dirección del movimiento, por ello el trabajo que ejercen es nulo.

La fuerza aplicada se divide en sus componentes: Fy (no ejerce W) y Fx (sí ejerce):

$W_{F_x} = 20 \cdot \cos 30° \cdot 25 \cdot \cos 180° = \boxed{-433\ J}$

El incremento de energía mecánica se debe a las dos fuerzas no conservativas (F=20N y Froz) por tanto:

$\Delta E_m = W_{F_x} + W_{roz} \rightarrow -675 = -433 + W_{roz} \rightarrow W_{roz} = \boxed{-242\ J}$

SOLUCIÓN A.2)

a) La velocidad de escape es la velocidad mínima que se le debe proporcionar a un cuerpo para escapar del campo gravitatorio de un planeta y que llegue al infinito con una velocidad nula. Se puede deducir a partir de la conservación de la energía.

i)

$$E_{m(sup)} = E_{m(\infty)}$$

$$E_{c(sup)} + E_{p(sup)} = \underbrace{E_{c(\infty)}}_{0} + \underbrace{E_{p(\infty)}}_{0}$$

$$E_{c(sup)} + E_{p(sup)} = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - G\frac{M\cancel{m}}{R} = 0$$

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{GM}{R} \rightarrow \boxed{V_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}}$$

ii) $M_T = 81\,M_L$

$R_T = 3'67\,R_L$

$$\frac{V_{esc(T)}}{V_{esc(L)}} = \frac{\sqrt{\frac{GM_T}{R_T}}}{\sqrt{\frac{GM_L}{R_L}}} = \frac{\sqrt{\frac{G\cdot 81M_L}{3'67R_L}}}{\sqrt{\frac{GM_L}{R_L}}} = \sqrt{\frac{\cancel{G}\cdot 81\cancel{M_L}\cdot\cancel{R_L}}{\cancel{G}\cdot\cancel{M_L}\cdot 3'67\cancel{R_L}}} = \sqrt{\frac{81}{3'67}} = 4'7 \rightarrow \boxed{V_{esc(T)} = 4'7\,V_{esc(L)}}$$

b)

1 día (J) = 0'41 día (T)

$T(J) = 0'41\,T(T) = 0'41 \cdot 24h \cdot 3600\,s/h = 35424\,s$

Se despeja la 3ª Ley de Kepler:

$$F_g = m\cdot a_n \rightarrow \frac{GM\cancel{m}}{R^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{R}} \rightarrow v^2 = \frac{GM}{R}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} \rightarrow v = \frac{2\pi R}{T} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2R^2}{T^2}$$

$$\frac{GM}{R} = \frac{4\pi^2R^2}{T^2} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}R^3$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6'67\cdot10^{-11}\cdot 1'9\cdot10^{27}\cdot 35424^2}{4\pi^2}} = \boxed{1'59\cdot10^8\,m}$$

ii)

$$\frac{R_{(J)}}{R_{(T)}} = \frac{\sqrt[3]{\frac{GM_JT_J^2}{4\pi^2}}}{\sqrt[3]{\frac{GM_TT_T^2}{4\pi^2}}} = \sqrt[3]{\frac{\cancel{G}M_J\cdot T_J^2\cdot\cancel{4\pi^2}}{\cancel{G}M_T\cdot T_T^2\cdot\cancel{4\pi^2}}} = \sqrt[3]{\frac{318\,\cancel{M_T}\cdot(0'41\,\cancel{T_T})^2}{\cancel{M_T}\cdot\cancel{T_T^2}}} = \sqrt[3]{318\cdot 0'41^2} = 3'76$$

$$\boxed{R_{(J)} = 3'76\,R_{(T)}}$$

SOLUCIÓN B.1)

a)

i) Sí, es posible, siempre que el vector superficie de la espira sea perpendicular a las líneas de campo magnético, o dicho de otra forma, cuando las líneas de campo vayan paralelas a cualquiera de los diámetros de la espira (suponiendo que es redonda).

ii) No. La fuerza electromotriz inducida en una espira está relacionada con la variación de flujo magnético en dicho instante. Que la fem sea nula implica que la variación de las líneas de campo es nula, pero ello no implica que el flujo lo sea.

b)

$N = 100$ espiras

$R = 0'05 m \rightarrow S = \pi \cdot 0'05^2 = 7'85 \cdot 10^{-3} m^2$

$B(t) = 0'1 - 0'1t^2$

i) $\phi(t) = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha = 100 \cdot (0'1 - 0'1t^2) \cdot 7'85 \cdot 10^{-3} \cos 0° = 0'785\,(0'1 - 0'1t^2)$

$\phi(t=2s) = 0'785\,(0'1 - 0'1 \cdot 2^2) = -0'236$ Wb

ii) Utilizando la ley de Faraday-Lenz

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt} = -\frac{d\left[0'785\,(0'1 - 0'1t^2)\right]}{dt} = -0'785 \cdot (-2 \cdot 0'1t) = 0'157t$$

$\mathcal{E}(t=2) = 0'157 \cdot 2 = 0'314$ V

iii) La expresión general para la fuerza electromotriz es $\mathcal{E}(t) = 0'157t$

Para que se anule, se cumple que:

$0'157t = 0 \rightarrow t = 0$ s

Por tanto, la fem inducida solo se anula en $t = 0s$.

SOLUCIÓN B.2)

a)

i) Una superficie equipotencial es el lugar geométrico de los puntos en los cuales el potencial eléctrico tiene el mismo valor. Para cargas puntuales, dichas superficies son esferas concéntricas con centro en la dicha carga.

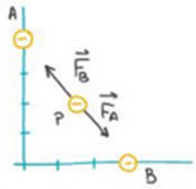
ii) El trabajo realizado por una fuerza eléctrica sobre una carga que se desplaza es

$$W = -\Delta Ep = -q \cdot \Delta V$$

Como en las superficies equipotenciales no varía el potencial eléctrico, su incremento es cero, y por ello, el trabajo realizado por una fuerza eléctrica para desplazar una carga en dicha superficie es nulo.

b)

i)



Primero se calculan los vectores unitarios para las fuerzas F_A y F_B

Para F_A:

$\vec{AP} = P - A = (3,4) - (0'8) = (3,-4)$

$|\vec{AP}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$

$\hat{AP} = \hat{F_A} = \left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$

Para F_B:

$\vec{BP} = P - B = (3,4) - (6,0) = (-3,4)$

$|\vec{BP}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$

$\hat{BP} = \hat{F_B} = \left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

Como las cargas de A y B son iguales y ambas se encuentran alineadas con la carga de P y además, a la misma distancia, la fuerza total en el punto P se anula.

ii) Como las cargas de A y B son iguales y ambas se encuentran alineadas con el punto P y además, a la misma distancia, el potencial que la carga en A genera en P (V_A) y el que la carga en B genera en P (V_B) son iguales

$$V_P = V_A + V_B = 2V_A = 2V_B = 2 \cdot K \cdot \frac{Q}{R} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-1'2 \cdot 10^{-6}}{5} = -4320\,V$$

$$W = -q\,\Delta V = -q(V_P - \underbrace{V_\infty}_{0}) = -q \cdot V_P = -(-1'5 \cdot 10^{-6})(-4320) = -0'00648\,J$$

Como el trabajo es negativo, lo genera una fuerza exterior al campo.

SOLUCION C.1)

a) La ecuación de una onda armónica es:

$$y\,(x,t) = A \cdot \operatorname{sen}(\omega t - kx + \varphi_0)$$

La velocidad y la aceleración de oscilación para estas ondas serán respectivamente:

$$v\,(x,t) = \frac{d[y\,(x,t)]}{dt} = \frac{d[A \cdot \operatorname{sen}(\omega t - kx + \varphi_0)]}{dt} = A \cdot\ \omega \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$A\,(x,t) = \frac{d[v\,(x,t)]}{dt} = \frac{d[A \cdot\ \omega \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_0)}{dt} = -\,A \cdot\ \omega^2 \cdot \operatorname{sen}(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Y por tanto, ambas magnitudes alcanzarán sus valores máximos cuando lo hagan el coseno y el seno respectivamente:

$$v_{máx} = \pm\, A \cdot\ \omega \qquad y \qquad A_{máx} =\ \pm A \cdot\ \omega^2$$

De esta manera:

i) Si se duplica la amplitud sin variar el periodo:

$$v_{máx} = \pm(2 \cdot A) \cdot\ \omega \qquad y \qquad A_{máx} =\ \pm(\,2 \cdot A) \cdot\ \omega^2$$

Ambas, velocidad y aceleración, se duplican.

ii) Si se duplica la frecuencia sin modificar la amplitud:

La frecuencia está relacionada con la frecuencia angular de la siguiente manera:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

De tal manera que duplicar la frecuencia equivale a duplicar la frecuencia angular, y por tanto:

$$v_{máx} = \pm A \cdot (2 \cdot\ \omega) \qquad y \qquad A_{máx} =\ \pm A \cdot (\,2 \cdot \omega)^2$$

La velocidad se duplica pero la aceleración se cuadruplica.

b)

$y(x,t) = 0'2\cos(0'2\pi x + 0'25\pi t + \pi)$ $\left\{ \begin{array}{l} \omega = 0'25\pi \text{ rad/s} \\ k = 0'2\pi \text{ m} \end{array} \right.$ $A = 0'2$ m, $\varphi_0 = \pi$ rad

$y(x,t) = A \cdot \cos(kx \pm \omega t + \varphi_0)$

i) $\omega = 2\pi f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0'25\pi}{2\pi} = \boxed{0'125 \text{ Hz}}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0'2\pi} = \boxed{10 \text{ m}}$

ii) $V_{propagación} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = 0'125 \cdot 10 = 1'25$ m/s

Dado que la onda está propagándose en el eje x $[y(x,t) = \cdots]$

y que lo hace en el sentido negativo del eje $[y(x,t) = 0'2\cos(0'2\pi + 0'25t + \pi)]$

la velocidad de propagación es

$$\boxed{\vec{V}_{prop} = -1'25\,\hat{\imath} \text{ m/s}}$$

iii) Aprovechando la expresión deducida en el apartado a):

$V_{máx\ (oscilación)} = \pm A \cdot \omega = \pm 0'2 \cdot 0'25\pi = \pm \frac{\pi}{20} = \pm 0'157$ m/s

SOLUCIÓN C.2)

a)

i) Medio 1 $\longrightarrow$ Medio 2

n_1 $\qquad$ n_2

λ_1 $\qquad$ $\lambda_2 = 2\lambda_1$

La relación entre los índices de refracción de un medio y la longitud de onda que tendrá una onda en él viene dada por:

$$n_{medio} = \frac{c}{V_{medio}} = \frac{c}{f \cdot \lambda_{medio}}$$

Por lo que:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\frac{c}{f \cdot \lambda_1}}{\frac{c}{f \cdot \lambda_2}} = \frac{\cancel{c} \cdot \cancel{f} \cdot \lambda_2}{\cancel{c} \cdot \cancel{f} \cdot \lambda_1} = \frac{2\cancel{\lambda_1}}{\cancel{\lambda_1}} = 2$$

$$\boxed{n_1 = 2 n_2}$$

ii) La ley de Snell mide la relación que hay entre los índices de refracción de dos medios y los ángulos de incidencia y refracción para una interfase:

$$n_1 \cdot sen\, \hat{\imath} = n_2 \cdot sen\, \hat{r}$$

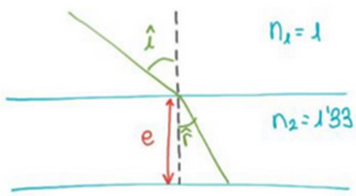
De esta manera, se puede ver que al pasar de un medio con menor índice de refracción (n_1) a otro con mayor índice de refracción ($n_1 = 2 \cdot n_2$), el ángulo refractado se aleja de la normal y por tanto, es posible alcanzar el fenómeno de reflexión total.

b)

i) Aplicando la relación vista en el apartado a):

$$\frac{n_{aire}}{n_{medio}} = \frac{\lambda_{medio}}{\lambda_{aire}} = \frac{3/4\,\cancel{\lambda_0}}{\cancel{\lambda_0}} = \frac{3}{4} \rightarrow n_{aire} = \frac{3}{4} n_{medio} \rightarrow \boxed{n_{medio} = \frac{4}{3} \cdot 1 = 1'33}$$

ii)



Aplicando la Ley de Snell:

$$n_1\ sen\ \hat{\imath} = n_2\ sen\ \hat{r}$$

$$1 \cdot sen\ 80° = 1'33 \cdot sen\ \hat{r}$$

$$\boxed{\hat{r} = arc\ sen\left(\frac{1 \cdot sen\ 80°}{1'33}\right) = 47'77°}$$

iii) Dentro de la lámina, la velocidad del rayo viene dada por:

$$n_{medio} = \frac{c}{V_{medio}} \rightarrow V_{medio} = \frac{c}{n_{medio}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'33} = 2'25 \cdot 10^8\ m/s$$

Si tarda $5'28 \cdot 10^{-10}$ s en atravesarla, entonces la distancia recorrida viene dada por la ecuación de un MRU

$$x = x_0 + V \cdot t = 2'25 \cdot 10^8 \cdot 5'28 \cdot 10^{-10} = 0'1188\ m$$

Por trigonometría se puede calcular el espesor:

$$\cos \hat{r} = \frac{e}{d} \rightarrow \cos 47'77° = \frac{e}{0'1188} \rightarrow \boxed{e = 0'1188 \cdot \cos 47'77° = 0'08\ m}$$

SOLUCIÓN D.1)

a)

i) $\underbrace{{}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n}_{\substack{A = 14+1 = 15 \\ Z = 7+0 = 7}} \longrightarrow \underbrace{{}^{14}_{6}C + {}^{1}_{1}P}_{\substack{A = 14+1 = 15 \\ Z = 6+1 = 7}}$

ii) $\underbrace{{}^{28}_{14}Si + {}^{4}_{2}He}_{\substack{A = 28+4 = 32 \\ Z = 14+2 = 16}} \longrightarrow \underbrace{{}^{29}_{15}P + {}^{1}_{0}n}_{\substack{A = 29+1 = 30 \\ Z = 15+0 = 15}}$

Los números másico (A) y atómico (Z) no están ajustados.
Se incumplen las leyes de Soddy-Fajans

b)

i) $\underbrace{{}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n}_{\substack{A = 235+1 = 236 \\ Z = 92+0 = 92}} \longrightarrow \underbrace{{}^{145}_{Z}La + {}^{88}_{35}Br + c\,{}^{1}_{0}n}_{\substack{A = 145+88+c\cdot 1 \\ Z = Z+35+c\cdot 0}}$

Para que coincidan reactivos y productos

$236 = 145 + 88 + c \rightarrow c = 236 - 145 - 88 = \boxed{3}$

$92 = Z + 35 \rightarrow Z = 92 - 35 = \boxed{57}$

ii) Para 1 núcleo:

$m_{reactivos} = m_{(U)} + m_{(n)} = 235'043930 + 1'008665 = 236'052595\ u$

$m_{productos} = m_{(La)} + m_{(Br)} + 3m_{(n)} = 144'921651 + 87'924074 + 3\cdot 1'008665 = 235'87172\ u$

$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 3'00865\cdot 10^{-28}\cdot (3\cdot 10^8)^2 = 2'7\cdot 10^{-11}\ J$

$\Delta m = m_{reactivos} - m_{productos} = 236'052595 - 235'87172 = 0'180775\ u \cdot \frac{1'66\cdot 10^{-27}\ kg}{1\ u} = 3'00865\cdot 10^{-28}\ kg$

Para 1 millón (10^6) de núcleos:

$\Delta E = 2'7\cdot 10^{-11}\cdot 10^6 = 2'7\cdot 10^{-5}\ J$

SOLUCIÓN D.2)

a)

Misma energía cinética:

$$E_c(1) = E_c(2)$$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 v_1^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} m_2 v_2^2$$

$$\left(\frac{1}{3}\cancel{m_2}\right) \cdot v_1^2 = \cancel{m_2}\, v_2^2$$

$$v_1^2 = 3 v_2^2 \rightarrow v_1 = \sqrt{3} \cdot v_2$$

La longitud de onda de de Broglie es: $\lambda_{Br} = \dfrac{h}{mv}$

$$\frac{\lambda_{Br}(1)}{\lambda_{Br}(2)} = \frac{\dfrac{h}{m_1 \cdot v_1}}{\dfrac{h}{m_2 \cdot v_2}} = \frac{\cancel{h}\, m_2 v_2}{\cancel{h}\, m_1 v_1} = \frac{\cancel{m_2} \cdot \cancel{v_2}}{\frac{1}{3}\cancel{m_2} \cdot \sqrt{3} \cdot \cancel{v_2}} = \frac{1}{\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{3} \rightarrow \boxed{\lambda_{Br}(1) = \sqrt{3}\, \lambda_{Br}(2)}$$

b)

i) $\lambda_{Br} = \dfrac{h}{mv} = \dfrac{6'63 \cdot 10^{-34}}{1'67 \cdot 10^{-27} \cdot 3'8 \cdot 10^{3}} = \boxed{1'04 \cdot 10^{-10}\, m}$

iii) Mismo momento lineal implica

$$P(p) = P(e)$$

$$m_p \cdot v_p = m_e \cdot v_e$$

$$v_e = \frac{m_p \cdot v_p}{m_e} = \frac{1'67 \cdot 10^{-27} \cdot 3'8 \cdot 10^{3}}{9'1 \cdot 10^{-31}} = \boxed{6'97 \cdot 10^{6}\, m/s} \longrightarrow$$

ii) $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9'1 \cdot 10^{-31} \cdot (6'97 \cdot 10^{6})^2 = \boxed{2'21 \cdot 10^{-17}\, J}$