



**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023-2024**

**MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CIENCIAS SOCIALES II**

Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Esta prueba consta de 4 bloques (A,B,C,D) con dos ejercicios en cada bloque. c) El alumno responderá a un único ejercicio de cada bloque. En caso de responder a dos ejercicios de un mismo bloque, se corregirá solo el que aparezca en primer lugar. d) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada. e) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados. f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos.
-----------------------	---

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 11 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ m & 3 \end{pmatrix}$

a) **(1.25 puntos)** Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases} 3X + 2Y = A \\ -4X + Y = B \end{cases}$$

b) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de m tiene inversa la matriz C ?

c) **(0.75 puntos)** Para $m = 1$, calcule la matriz inversa de C .

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones y determine sus vértices:

$$2x + y \leq 6 \quad 4x + y \leq 10 \quad -x + y \leq 3 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función $f(x, y) = 4x + 2y - 3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

BLOQUE B

EJERCICIO 3

Sea la función definida de la forma $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1} & \text{si } x < 2 \\ 2x^2 - 10x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

a) **(0.5 puntos)** Halle el dominio de f .

b) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de f en $x = 2$.

c) **(1 punto)** Calcule la integral indefinida de la función $f(x) = 2x^2 - 10x$.

EJERCICIO 4

Sea $C(x)$ la función de costes de una empresa, expresada en miles de euros, donde mide, en toneladas, la cantidad producida. De esta función se sabe que $C'(x) = 7x^2 - 8x + 1$

a) **(0.5 puntos)** Determine la cantidad a producir por la empresa para minimizar el coste.

b) **(1 punto)** Sabiendo que si no hay producción el coste asciende a 30000 euros, obtenga $C(x)$.

¿Cuál es el mínimo coste de producción para la empresa?

c) **(1 punto)** Si la cantidad a producir está entre 0 y 1.2 toneladas, ¿cuál sería la producción que supondría un mayor coste a la empresa?



PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2023-2024

MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CIENCIAS SOCIALES II

BLOQUE C

EJERCICIO 5

- a) **(1.25 puntos)** Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ y $P(A \cup B) = 0.8$ determine $P(A/B)$
- b) **(1.25 puntos)** Sean C y D dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(C) = 0.3$, $P(D) = 0.8$ y que C y D son independientes, determine $P(C \cup D)$.

EJERCICIO 6

Se sabe que el 30% de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar, tenga empleo.
- b) **(1.5 puntos)** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

BLOQUE D

EJERCICIO 7

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media μ días y desviación típica 3 días.

- a) **(1.25 puntos)** Determine un intervalo de confianza para estimar μ , a un nivel del 97%, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.
- b) **(1.25 puntos)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92%.

EJERCICIO 8

Sea la población $\{1, 2, 3, 4\}$.

- a) **(1 punto)** Construya todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.
- b) **(1.5 puntos)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

SOLUCIONES**BLOQUE A****EJERCICIO 1**

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 11 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ m & 3 \end{pmatrix}$

a) **(1.25 puntos)** Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases} 3X + 2Y = A \\ -4X + Y = B \end{cases}$$

b) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de m tiene inversa la matriz C ?

c) **(0.75 puntos)** Para $m = 1$, calcule la matriz inversa de C .

a) Obtenemos X e Y resolviendo el sistema.

$$\begin{cases} 3X + 2Y = A \\ -4X + Y = B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3X + 2Y = A \\ Y = B + 4X \end{cases} \Rightarrow 3X + 2(B + 4X) = A \Rightarrow 3X + 2B + 8X = A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11X = A - 2B \Rightarrow \boxed{X = \frac{1}{11}(A - 2B)} \Rightarrow Y = B + 4\frac{1}{11}(A - 2B) = B + \frac{4}{11}A - \frac{8}{11}B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{Y = \frac{4}{11}A + \frac{3}{11}B}$$

Sustituimos el valor de A y B .

$$X = \frac{1}{11}(A - 2B) = \frac{1}{11}\left(\begin{pmatrix} -1 & 11 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}\right) = \frac{1}{11}\begin{pmatrix} -1-10 & 11 \\ 5+6 & -4-18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$Y = \frac{4}{11}\begin{pmatrix} -1 & 11 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} + \frac{3}{11}\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4/11+15/11 & 4 \\ 20/11-9/11 & -16/11+27/11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Para que tenga inversa su determinante debe ser no nulo.

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ m & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow |C| = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ m & 3 \end{vmatrix} = 12 - 6m$$

$$|C| = 0 \Rightarrow 12 - 6m = 0 \Rightarrow \boxed{m = 2}$$

La matriz C tiene inversa para cualquier valor de m distinto de 2.

c) Para $m = 1$ la matriz queda $C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ con determinante $|C| = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 12 - 6 = 6 \neq 0$

Tiene inversa y la calculamos.

$$C^{-1} = \frac{Adj(C^T)}{|C|} = \frac{Adj\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}}{6} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ -1/6 & 2/3 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones y determine sus vértices:

$$2x + y \leq 6 \quad 4x + y \leq 10 \quad -x + y \leq 3 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función $f(x, y) = 4x + 2y - 3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

a) Representamos primero las rectas que delimitan la región.

$$2x + y = 6$$

x	y = 6 - 2x
0	6
2	2
3	0

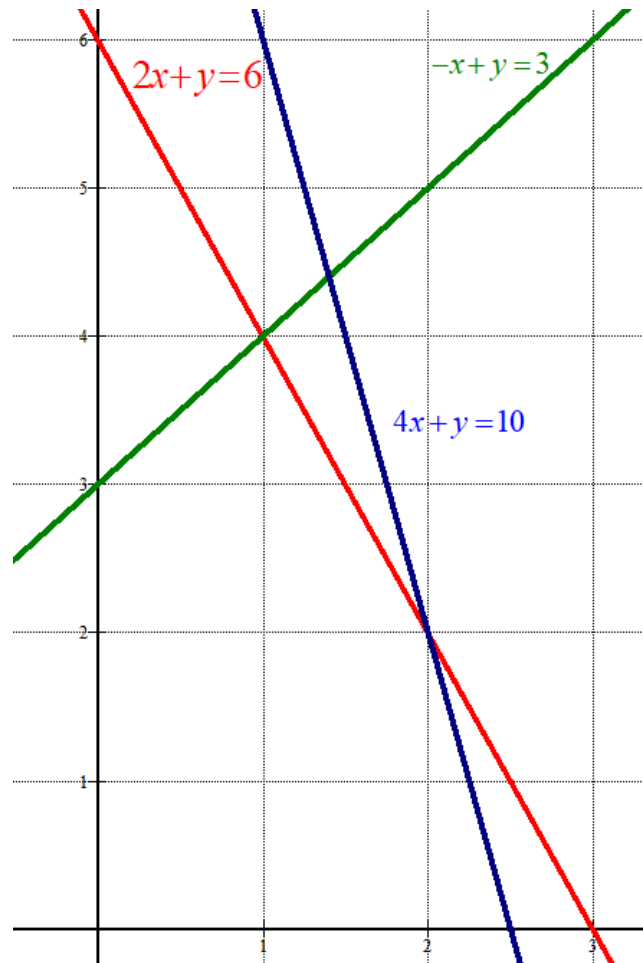
$$4x + y = 10$$

x	y = 10 - 4x
0	10
2	2
2.5	0

$$-x + y = 3$$

x	y = 3 + x
0	3
-3	0
2	5

$x \geq 0$; $y \geq 0$ El primer cuadrante



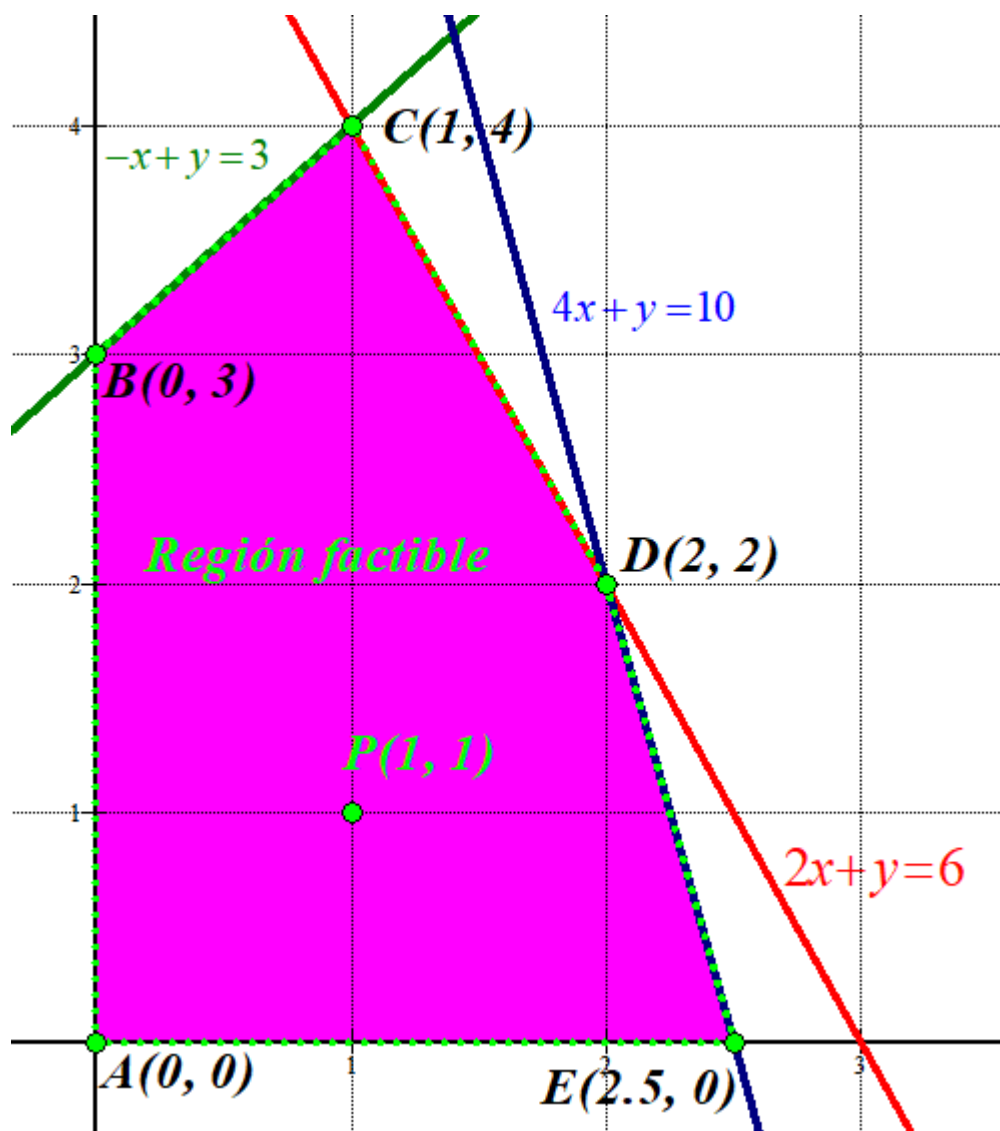
Como las restricciones son $2x + y \leq 6$ $4x + y \leq 10$ $-x + y \leq 3$ $x \geq 0$ $y \geq 0$

entonces nuestra región está en el primer cuadrante y por debajo de las líneas roja, azul y verde.

Coloreamos la región de rosa. Para asegurarnos comprobamos si el punto $P(1, 1)$ cumple todas las restricciones

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 6 \\ 4x + y \leq 10 \\ -x + y \leq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ P(1,1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2+1 \leq 6 \\ 4+1 \leq 10 \\ -1+1 \leq 3 \\ 1 \geq 0 \\ 1 \geq 0 \end{array} \right\} ? \text{ ¡SE CUMPLEN TODAS!}$$

Las coordenadas de los vértices son: A(0, 0), B(0, 3), C(1, 4), D(2, 2) y E(2.5, 0)



El máximo de la función $f(x, y) = 4x + 2y - 3$ sometida a las restricciones dadas inicialmente es un vértice de la región factible. Valoramos la función en cada uno y decidimos.

$$A(0, 0) \rightarrow f(0, 0) = -3$$

$$B(0, 3) \rightarrow f(0, 3) = 0 + 6 - 3 = 3$$

$$C(1, 4) \rightarrow f(1, 4) = 4 + 8 - 3 = 9$$

$$D(2, 2) \rightarrow f(2, 2) = 8 + 4 - 3 = 9$$

$$E(2.5, 0) \rightarrow f(2.5, 0) = 10 + 0 - 3 = 7$$

El máximo de la función es 9 y se encuentra en cualquiera de los puntos que están en el segmento que une los vértices $D(2, 2)$ y $C(1, 4)$.

BLOQUE B**EJERCICIO 3**

Sea la función definida de la forma $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1} & \text{si } x < 2 \\ 2x^2 - 10x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) **(0.5 puntos)** Halle el dominio de f .
 b) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de f en $x = 2$.
 c) **(1 punto)** Calcule la integral indefinida de la función $f(x) = 2x^2 - 10x$.

- a) La función es $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ en el intervalo $(-\infty, 2)$ y no existe para $x = 1$, pues se anula el denominador, en el intervalo $[2, +\infty)$ es un polinomio " $f(x) = 2x^2 - 10x$ " y no presenta ningún problema de definición.

$$\text{Dominio } f(x) = \mathbb{R} - \{1\}$$

- b) Para estudiar la derivabilidad en $x = 2$ estudiamos previamente la continuidad. Deben coincidir los límites laterales en dicho valor.

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = 8 - 20 = -12 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x}{x-1} = \frac{4}{1} = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 2x^2 - 10x = -12 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4 \neq -12 = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

La función no es continua y por tanto **no** es derivable en $x = 2$.

Como curiosidad si estudiáis directamente las derivadas laterales en $x = 2$ si saldrían iguales y parecería derivable, pero no lo es, pues primero debe ser continua.

- c)

$$\int 2x^2 - 10x dx = 2 \frac{x^3}{3} - 10 \frac{x^2}{2} + K = \boxed{\frac{2}{3}x^3 - 5x^2 + K}$$

EJERCICIO 4

Sea $C(x)$ la función de costes de una empresa, expresada en miles de euros, donde x mide, en toneladas, la cantidad producida. De esta función se sabe que $C'(x) = 7x^2 - 8x + 1$

- a) **(0.5 puntos)** Determine la cantidad a producir por la empresa para minimizar el coste.
 b) **(1 punto)** Sabiendo que si no hay producción el coste asciende a 30000 euros, obtenga $C(x)$.
 ¿Cuál es el mínimo coste de producción para la empresa?
 c) **(1 punto)** Si la cantidad a producir está entre 0 y 1.2 toneladas, ¿cuál sería la producción que supondría un mayor coste a la empresa?

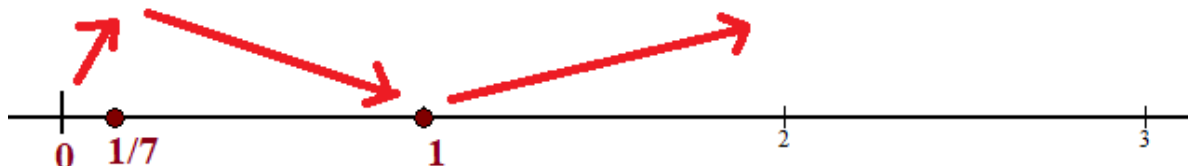
a) Para determinar el mínimo usamos la derivada para obtener los puntos críticos.

$$C'(x) = 0 \Rightarrow 7x^2 - 8x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(7)(1)}}{2(7)} = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{14} = \begin{cases} \frac{8-6}{14} = \frac{1}{7} = x \\ \frac{8+6}{14} = 1 = x \end{cases}$$

Estudiamos la variación del coste antes, entre y después de los valores críticos obtenidos.

- En $(0, 1/7)$ tomamos $x = 0.01$ y la derivada vale $C'(0.01) = 7 \cdot 0.01^2 - 8 \cdot 0.01 + 1 > 0$. La función crece en $(0, 1/7)$.
- En $(1/7, 1)$ tomamos $x = 0.5$ y la derivada vale $C'(0.5) = 7 \cdot 0.5^2 - 8 \cdot 0.5 + 1 = -5/4 < 0$. La función decrece en $(1/7, 1)$.
- En $(1, +\infty)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale $C'(2) = 7 \cdot 2^2 - 16 + 1 = 13 > 0$. La función crece en $(1, +\infty)$.

La función sigue el siguiente esquema.



Por lo tanto el mínimo coste se produce en $x = 1$, salvo que sin producción el coste sea más bajo ($C(0)$). Se deben producir 1 tonelada.

- b) Si no hay producción el coste asciende a 30000 euros significa que $C(0) = 30$.

Calculamos la función coste haciendo la integral de su derivada.

$$C'(x) = 7x^2 - 8x + 1 \Rightarrow C(x) = \int 7x^2 - 8x + 1 dx = 7 \frac{x^3}{3} - 8 \frac{x^2}{2} + x = \frac{7}{3}x^3 - 4x^2 + x + K$$

$$\left. \begin{array}{l} C(x) = \frac{7}{3}x^3 - 4x^2 + x + K \\ C(0) = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{7}{3}0^3 - 4 \cdot 0^2 + 0 + K = 30 \Rightarrow K = 30$$

$$\boxed{C(x) = \frac{7}{3}x^3 - 4x^2 + x + 30}$$

Para averiguar el menor coste de producción para la empresa hay que averiguar el coste de producción de 1 tonelada $C(1) = \frac{7}{3}1^3 - 4 \cdot 1^2 + 1 + 30 = 29.333$. Siendo inferior a 30000 €, por lo que el mínimo coste es 29333 €.

- c) Por el esquema de evolución del coste que aparece arriba el coste aumenta en el intervalo $(0, 1/7)$ y luego disminuye en $(1/7, 1)$ por lo que el máximo coste en el intervalo $(0, 1)$ es el coste producido en el máximo $x = 1/7$.

Para saber dónde se produce un coste máximo en el intervalo $(0, 1.2)$ basta comparar el coste en $1/7$ de tonelada y en 1.2 toneladas.

$$\left. \begin{aligned} C\left(\frac{1}{7}\right) &= \frac{7}{3}\left(\frac{1}{7}\right)^3 - 4\left(\frac{1}{7}\right)^2 + \frac{1}{7} + 30 = 29.578 \\ C(1.2) &= \frac{7}{3}1.2^3 - 4 \cdot 1.2^2 + 1.2 + 30 = 29.472 \end{aligned} \right\}$$

El máximo coste se consigue con la producción de $1/7$ toneladas.

BLOQUE C**EJERCICIO 5**

a) **(1.25 puntos)** Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que

$$P(A) = 0.5, P(B) = 0.4 \text{ y } P(A \cup B) = 0.8 \text{ determine } P(A/B)$$

b) **(1.25 puntos)** Sean C y D dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(C) = 0.3$, $P(D) = 0.8$ y que C y D son independientes, determine $P(C \cup D)$.

a) Como

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 0.5 \\ P(B) = 0.4 \\ P(A \cup B) = 0.8 \end{array} \right\} \Rightarrow 0.8 = 0.5 + 0.4 - P(A \cap B) \Rightarrow$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0.5 + 0.4 - 0.8 = 0.1$$

Una vez conocida la probabilidad de la intersección:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.1}{0.4} = \boxed{0.25}$$

b) Si C y D son independientes entonces $P(C \cap D) = P(C)P(D) = 0.3 \cdot 0.8 = 0.24$.

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D) = 0.3 + 0.8 - 0.24 = \boxed{0.86}$$

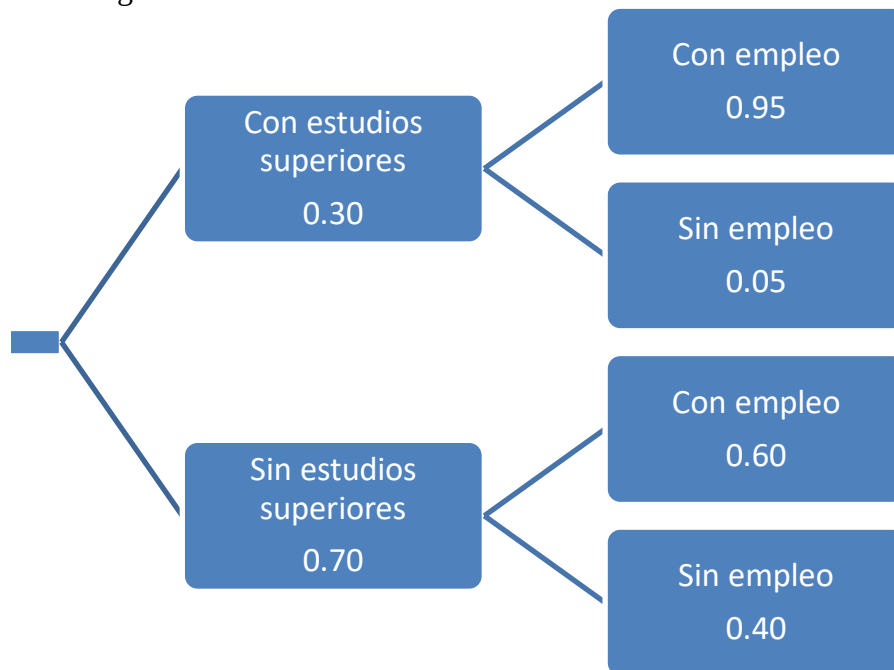
EJERCICIO 6

Se sabe que el 30% de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar, tenga empleo.

b) **(1.5 puntos)** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

Realizamos un diagrama de árbol.



a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$\begin{aligned}
 P(\text{Con empleo}) &= P(\text{Con estudios superiores})P(\text{Con empleo} / \text{Con estudios superiores}) + \\
 &+ P(\text{Sin estudios superiores})P(\text{Con empleo} / \text{Sin estudios superiores}) = \\
 &= 0.3 \cdot 0.95 + 0.7 \cdot 0.6 = \boxed{0.705}
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 P(\text{Con estudios superiores} / \text{Tiene empleo}) &= \frac{P(\text{Con estudios superiores} \cap \text{Tiene empleo})}{P(\text{Tiene empleo})} = \\
 &= \frac{0.3 \cdot 0.95}{0.705} = \boxed{0.404}
 \end{aligned}$$

BLOQUE D

EJERCICIO 7

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media μ días y desviación típica 3 días.

a) **(1.25 puntos)** Determine un intervalo de confianza para estimar μ , a un nivel del 97%, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.

b) **(1.25 puntos)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92%.

X = Días de permanencia de un enfermo en un hospital

$\sigma = 3$

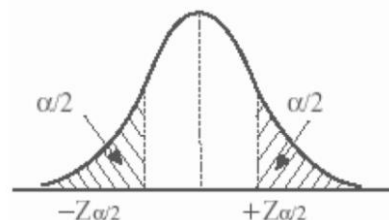
$X = N(\mu, 3)$

$n = 100$, $\bar{x} = 8.1$

a) Con un nivel de confianza del 97 % tenemos

$$1 - \alpha = 0,97 \rightarrow \alpha = 0,03 \rightarrow \alpha/2 = 0,015 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,985 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,17$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850



$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2,17 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}} = 0,651$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

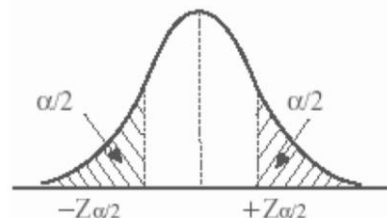
$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (8,1 - 0,651, 8,1 + 0,651) = (7,449, 8,751)$$

b) ¿n?

Con un nivel de confianza del 92% tenemos

$$1 - \alpha = 0,92 \rightarrow \alpha = 0,08 \rightarrow \alpha/2 = 0,04 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,96 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,75$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678



$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,75 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} = 1 \Rightarrow 5,25 = \sqrt{n} \Rightarrow n = (5,25)^2 = 27,56$$

El tamaño mínimo de la muestra debe ser entero y superior al hallado, es decir, de 28 enfermos.

EJERCICIO 8

Sea la población {1, 2, 3, 4}.

- a) **(1 punto)** Construya todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.
 b) **(1.5 puntos)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

- a) Como se supone que las muestras son con reemplazamiento el conjunto de todas las muestras de tamaño es:

{1- 1; 1 - 2; 1 - 3; 1 - 4; 2 - 1; 2 - 2; 2 - 3; 2 - 4; 3 - 1; 3 - 2; 3 - 3; 3 - 4; 4 - 1; 4 - 2; 4 - 3; 4 - 4}

- b) Por el teorema del límite central la media de las medias muestrales es μ y su varianza es $\frac{\sigma^2}{n}$ siendo μ la media poblacional, σ la desviación típica poblacional y n el tamaño muestral, en nuestro caso 2.

Calculamos la media y desviación típica poblacional.

$$\mu = \frac{1+2+3+4}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

$$\text{Varianza} = \sigma^2 = \frac{(1-2.5)^2 + (2-2.5)^2 + (3-2.5)^2 + (4-2.5)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{2.25 + 0.25 + 0.25 + 2.25}{4} = \frac{5}{4} = 1.25$$

Y aplicando la fórmula anterior obtenemos la varianza de las medias muestrales:

$$\text{varianza de las medias muestrales} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{1.25}{2} = \boxed{0.625}$$